Versuch 212
Zähigkeit von Flüssigkeiten

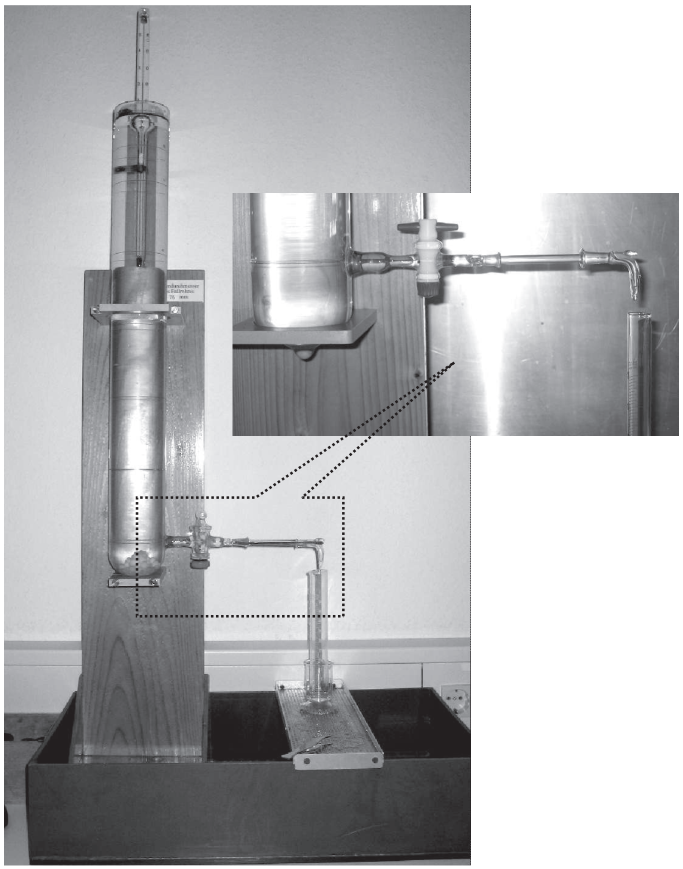

Abbildung 1: *Kugelfallviskosimeter und Kapillarviskosimeter.*

I Messaufbau

- Messzylinder aus Hartglas mit Messskaler, gefüllt mit Polyethylenglykol. Am unteren Teil des Zylinders befindet sich eine Präzisionskapillare (Länge: 100 mm ± 0,5 mm , Kapillardurchmesser 1,5 mm ± 0,01 mm).
- Kugeln aus „Hostaform C" mit folgenden Durchmessern: 2r = 2,0 / 3,0 / 4,0 / 5,0 / 6,0 / 7,144 / 8,0 / 9,0 mm (± 1%). Die Dichte der Kugeln und die Dichte von Polyethylenglykol ist im Anhang angegeben.
- Thermometer
- Pinzetten, Bechergläser
- Maßstab
- Stoppuhren

II Literatur

- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Demtröder, *Experimentalphysik 1*, Springer Verlag.
- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Die Ableitung des Gesetz von Stokes finden Sie in W. Nolting, *Grundkurs: Theoretische Physik, Band 1.*
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Reale Flüssigkeiten, innere Reibung, Zähigkeit (Viskosität), Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit, laminare Strömung, Stokes'sches Gesetz, Gesetz von Hagen-Poiseuille, Reynold'sches Ähnlichkeitsgesetz, Reynoldszahl, Turbulenz.
Für Mathematiker und Physiker: Berechnen Sie die Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeit $v(t)$ einer in eine Flüssigkeit fallende Kugel. Stellen Sie

dazu mit Hilfe den an der Kugel angreifenden Kräften eine Differentialgleichung auf und lösen Sie diese unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung $v(0) = 0$. Nach welcher Zeit ist die Geschwindigkeit der Kugel nahezu konstant?

Verständnisfragen:

1. Welche Kräfte wirken auf eine fallende Kugel in einer Flüssigkeit und wie lautet die Differentialgleichung?

2. Wann erreicht die fallende Kugel ihre Endgeschwindigkeit?

3. Erläutern Sie den Unterschied zwischen laminarer und turbulenter Strömung.

4. Was besagt die Reynoldszahl? Wie groß ist die kritische Reynoldszahl für eine Kugel die in einer Flüssigkeit fällt und wie groß ist sie bei einer Rohrströmung?

5. Welche Kraft wirkt, wenn zwei parallele Platten, zwischen denen sich eine Flüssigkeit befindet, gegeneinander verschoben wird?

6. Was besagt das Gesetz von Hagen-Poiseuille?

7. Wie erhöht sich der Fluss, wenn der Rohrdurchmesser bei konstanten Druck verdoppelt wird?

IV Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Viskosität von Polyethylenglykol nach Stokes mit einem Kugelfallviskosimeter. Zusätzlich ist die Gültigkeitsgrenze des Stokes'schen Gesetzes zu überprüfen, indem der Übergang von laminarer zu turbulenter Umströmung der Kugel (Wirbelablösung) ermittelt wird.

2. Bestimmen Sie die Zähigkeit von Polyethylenglykol nach Hagen-Poiseuille mit dem Kapillarviskosimeter.

3. Vergleichen Sie die unter 1. und 2. gewonnenen Werte miteinander.

V Grundlagen

Bewegt sich ein Körper mit **konstanter Geschwindigkeit** in einem fluiden oder gasförmigen Medium, so ist trotz der gleichförmigen Bewegung eine Kraft notwendig, um die Bewegung aufrecht zu erhalten. Dies scheint zunächst widersprüchlich zum zweiten Newtonschen Gesetz zu sein, nach dem ein Körper beschleunigt wird wenn auf ihn eine Kraft wirkt. Allerdings gilt dies nur im Vakuum. Bei der Bewegung in einem Medium wirken zusätzlich Reibungskräfte, die dazu führen, dass bei einer konstanten äußeren Kraft, die Nettokraft verschwindet und sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Die Reibung wird bei Flüssigkeiten durch zwischenmolekulare Kräfte verursacht. Diese führt dazu, dass bei der Bewegung eines Körpers durch eine Flüssigkeit, **das Medium teilweise mitbewegt wird**. Sie alle haben dies schon beim morgendliche Frühstück erlebt. Taucht man einen Löffel in ein Honigglas und zieht diesen dann senkrecht nach oben heraus, so bleibt aufgrund der Adhäsion eine dünne Honigschicht am Löffel haften. Diese Schicht wechselwirkt mit benachbarten Molekülen, so dass beim Herausziehen ein ganzer Honigklumpen mitbewegt wird. Die Reibungskräfte lassen sich auch beim Umrühren von Honig oder Marmelade beobachten. Sie müssen eine deutliche Kraft aufwenden um den Löffel im Glas zu bewegen. Beim Umrühren von Kaffee ist dieser Effekt kaum wahrzunehmen. Offenbar hängt die Reibungskraft von der „Zähigkeit“ der Flüssigkeit ab.

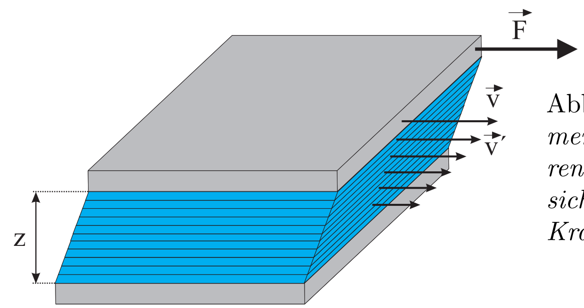

Abbildung 2: *Gedankenexperiment zur Bestimmung der inneren Reibung. Die Flüssigkeit soll sich schichtweise in Richtung der Kraft bewegen.*

Um die Reibungskräfte eines Körpers in einer Flüssigkeit zu quantifizieren, betrachten wir die Anordnung nach Abbildung 2. Bei diesem (Gedanken)-Experiment befindet sich zwischen zwei gleich großen Platten, die im Abstand z parallel zueinander ausgerichtet sind, eine Flüssigkeit. Die untere Platte ruht. Auf die obere Platte wird eine Kraft ausgeübt, so dass sie sich mit konstanter

Geschwindigkeit v bewegt. Da an der oberen Platte aufgrund der Adhäsion ein Flüssigkeitsfilm haftet, bewegt sich dieser mit der Geschwindigkeit der Platte mit. Andererseits beträgt die Geschwindigkeit des Flüssigkeitsfilms die an der unteren, ruhenden Platte haftet, Null. Aus Stetigkeitsgründen müssen daher die dazwischen liegenden Flüssigkeitsschichten mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aneinander vorbeigleiten. Die oberste Flüssigkeitschicht, die sich mit der Platte mitbewegt, übt auf die darunter liegende Schicht eine Tangentialkraft aus und beschleunigt diese auf eine Geschwindigkeit v'. So beschleunigt jede Schicht die darunterliegende und wird gleichzeitig von dieser nach dem Reaktionsprinzip gebremst.
Experimentell zeigt sich, dass die Kraft F, die notwendig ist um die obere Platte zu bewegen, proportional zur Fläche A und zur Geschwindigkeit v und umgekehrt proportional zum Abstand z ist. Bewegt sich die obere Platte gleichförmig, so verschwindet die Nettokraft, d.h. die Reibungskraft F_r ist vom Betrag her gleich groß wie die auf die obere Platte ausgeübte Kraft F. Für die (Newtonsche) Reibungskraft gilt dann:

$$F_r = \eta\ A\ \frac{v}{z}. \tag{1}$$

Für den allgemeinen Fall drückt man diese Gleichung besser durch den Geschwindigkeitsgradienten dv/dz aus:

$$F_r = \eta\ A\ \frac{dv}{dz}. \tag{2}$$

Die Proportionalitätskonstante η ist eine flüssigkeitsspezifische Größe und wird als dynamische Viskosität, Zähigkeit oder meist auch nur als Viskosität bezeichnet. Für die Maßeinheit gilt nach Gleichung (1): $[\eta]$=Pa s.[1]
Das Newtonsche Reibungsgesetz gilt natürlich auch für andere Körpergeometrien. Gleiten die einzelnen Flüssigkeitschichten aneinader ab ohne sich zu vermischen, spricht man von einer Schichtströmung oder von einer **laminaren Strömung**. Bei großen Geschwindigkeiten und bei speziellen Körpergeometrien, ist dies nicht mehr der Fall. In der Flüssigkeit kommt es dann zur Bildung von Wirbeln, die die Schichten vermischen. Bei diesen **turbulenten Strömungen** ist der Srömungswiderstand viel größer als bei einer laminaren Strömung, so dass das Newtonsche Reibungsgesetz seine Gültigkeit (Abbildung 3) verliert.
Reynoldszahl

[1] In manchen Lehrbüchern findet man auch noch die Einheit Poise: 10 Poise=1 Pa s.

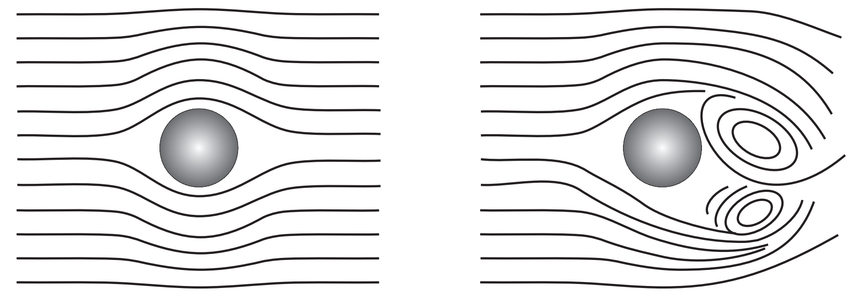

Abbildung 3: *Bewegung einer Kugel durch eine Flüssigkeit. Links: Laminare Strömung bei der die Flüssigkeit den Körper symmetrisch umfließt. Die einzelnen Schichten gleiten aneinander ab ohne sich zu vermischen. Rechts: Turbulente Strömung bei hohen Geschwindigkeiten. In Folge der Wirbelbildung kommt es zu einer Vermischung der Flüssigkeit.*

Ob sich eine Flüssigkeit laminar oder turbulent verhält, lässt sich mit Hilfe der dimensionslosen Reynoldszahl **abschätzen**. Die Reynoldszahl ist eine semiempirische Größe, die das Verhältnis der (doppelten) kinetischen Energie eines Volumenelements der Flüssigkeit, zu den Reibungsverlusten beschreibt:

$$Re = \frac{2E_{kin}}{W_{Reibung}}. \tag{3}$$

Je größer die kinetische Energie der Flüssigkeit, desto instabiler wird die Strömung. Andererseits wirkt die innere Reibung der Flüssigkeit dämpfend und somit stabilisierend auf die Strömungsbewegung. Bei kleinen Reynoldszahlen ist $E_{kin} \leq W_{Reibung}$ und die Flüssigkeit strömt laminar. Oberhalb eines kritischen Wertes Re_{kr} tritt dagegen eine turbulente Strömung auf. In diesem Fall gilt: $E_{kin} \gg W_{Reibung}$.
Führt man eine charakteristische Länge L ein, die die Geometrie des Strömungssystems beschreibt, so lässt sich die Reynoldszahl auch wie folgt darstellen:

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}, \tag{4}$$

wobei v die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und ρ die Dichte der Flüssigkeit beschreibt. Bei einer Rohrströmung ist für L der Rohrdurchmesser einzusetzen. Bei der Bewegung einer Kugel durch eine Flüssigkeit beschreibt L den Durchmesser der Kugel.

Die kritische Reynoldszahl hängt vom jeweiligen Experiment ab. Beispielsweise zeigt sich experimentell, dass bei der Strömung einer Flüssigkeit durch ein Rohr, der Übergang von laminarer zur turbulenter Strömung bei einer Reynoldszahl von Re_{kr}=2300 erfolgt. Natürlich ist der Übergang nicht scharf, so dass auch bei der kritischen oder höheren Werten der Reynoldszahl noch ein laminarer Fluss möglich ist. Allerdings reicht ab der kritischen Reynoldszahl bereits eine kleine Störung aus, um die Strömung in eine turbulente umschlagen zu lassen. Bei der Bewegung einer Kugel durch eine Flüssigkeit, erfolgt der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung bereits bei viel kleineren Reynoldszahlen. Experimentell zeigt sich, dass hier die kritische Reynoldszahl ungefähr Eins beträgt: $Re_{kr} \approx 1$

Bestimmung der Viskosität mit einem Kugelfallviskosimeter nach Stokes

Bewegt sich eine Kugel mit dem Radius r mit konstanter Geschwindigkeit v durch eine Flüssigkeit, so wirkt auf sie die Reibungskraft:

$$F_r = 6\pi\eta r v. \tag{5}$$

Diese Gleichung wird als das Gesetz von Stokes bezeichnet. Die Herleitung folgt aus dem Newtonschen Reibungsgesetz (1) und findet sich in den meisten Lehrbüchern der theoretischen Mechanik. Zu beachten ist, dass das Stokes'sche Gesetz eine Näherung für laminare Strömungen mit Re <1 ist und nur für unendlich ausgedehnte Flüssigkeiten gültig ist. Wir werden an späterer Stelle daher noch Korrekturen anbringen müssen.

Unter Ausnutzung des Stokes'sche Gesetz lässt sich die Viskosität η einer Flüssigkeit bestimmen. Beim Kugelfallviskosimeter wird eine Kugel mit dem Radius r in die Flüssigkeit, dessen Viskosität bestimmt werden soll, fallen gelassen. Nach einer Beschleunigungsphase bewegt sich die Kugel mit einer konstanten Sinkgeschwindigkeit v_s. In diesem Fall verschwinden alle an die Kugel angreifende Kräfte, d.h. Gewichtskraft $F_g = \rho_k V_k g$, Auftriebskraft $F_a = -\rho_f V_k g$ und Reibungskraft $F_r = -6\pi\eta r v_s$ heben sich auf:

$$F_g + F_a + F_r = 0. \tag{6}$$

Dabei beziehen sich die mit k indizierten Größen auf die Kugel und die mit f indizierten, auf die Flüssigkeit. Einsetzen der einzelnen Kräfte und Auflösen

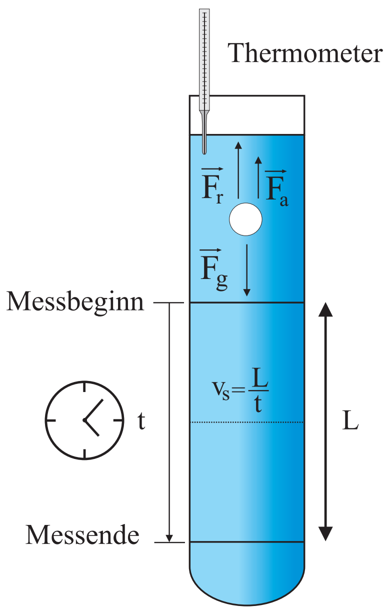

Abbildung 4: *Bestimmung der Viskosität einer Flüssigkeit mit einem Kugelfallviskosimeter. Bewegt sich die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit, heben sich alle angreifenden Kräfte auf.*

nach η liefert für die Viskosität der Flüssigkeit:

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{(\rho_k - \rho_f)}{v_s} r^2. \tag{7}$$

Durch Messung der Sinkgeschwindigkeit v_s kann so die Viskosität bestimmt werden.

Bestimmung der Viskosität nach Hagen-Poiseuille: Laminare Rohrströmung

Eine andere Methode die Viskosität einer Flüssigkeit zu bestimmen, ist die Messung des Volumenstroms einer laminaren Rohrströmung. Betrachten wir dazu ein Rohr der Länge L und Radius R (Abbildung 5). Damit eine Strömung überhaupt möglich ist, muss an den Stirnflächen eine Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$ vorhanden sein. Im Fall einer laminaren Strömung kann die Bewegung der Flüssigkeit wieder als Schichtströmung interpretiert werden, wobei bei einem Rohr mit kreisförmigen Querschnitt, einzelne Zylindermäntel aneinander abgleiten. Auf einen koaxialen Teilzylinder in der Flüssigkeit mit dem Radius

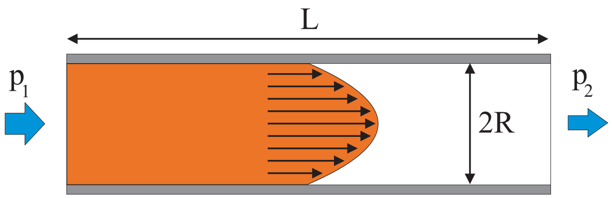

Abbildung 5: *Laminare Rohrströmung. Unter dem Einfluss der Druckdifferenz $p_1 - p_2$ strömt die Flüssigkeit in einem zylindrischen Rohr mit einem parabelförmigen Geschwindigkeitsprofil.*

$r < R$, wirkt aufgrund der Druckdifferenz eine Kraft

$$F_p = \pi r^2 (p_1 - p_2). \tag{8}$$

Andererseits wirkt auch die Newtonsche Reibungskraft

$$F_r = -2\pi r L \eta \frac{dv}{dr}. \tag{9}$$

Bei einer stationären Strömung, bei der sich die einzelnen Schichten mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, muss die Nettokraft verschwinden, d.h. $F_p = F_r$:

$$-2\pi r L \eta \frac{dv}{dr} = \pi r^2 (p_1 - p_2). \tag{10}$$

Hieraus folgt für den Geschwindigkeitsgradienten

$$\frac{dv}{dr} = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r. \tag{11}$$

Integration über r unter Berücksichtigung der Randbedingung $v(R) = 0$, liefert für die Geschwindigkeitsverteilung in der Flüssigkeit

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L}(R^2 - r^2). \tag{12}$$

Diese Gleichung stellt ein Rotationsparaboloid dar. Die Flüssigkeit besitzt demnach das in Abbildung 5 gezeigte parabolische Geschwindigkeitsprofil.
Um den Volumenstrom, d.h. die Flüssigkeitsmenge, die pro Zeiteinheit durch die Querschnittsfläche des Rohres strömt, zu bestimmen, müssen wir über die gesamte Querschnittsfläche integrieren:

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8\eta L}. \tag{13}$$

Beachten Sie die Abhängigkeit von R^4. Eine Verdopplung des Rohrradius versechzehnfacht den Volumenstrom!
Gleichung (13) wird nach dem deutschen Wasserbau-Ingenieur Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen und nach dem französischen Arzt und Physiologen Poiseuille, auch als das Gesetz von Hagen-Poiseuille bezeichnet.
Sind Länge und Radius des Rohres und die Druckdifferenz bekannt, so kann durch Messung des Volumenstroms die Viskosität bestimmt werden.

VI Durchführung des Versuchs

1. Bestimmung der Viskosität nach Stokes mit einem Kugelfallviskosimeter

Bei dem Versuch wird die Fallzeit Δt der Kugel zwischen zwei im Abstand Δs angebrachten Markierungen gemessen. Die Messungen sind entweder mit steigendem oder mit fallendem Kugelradius durchzuführen. Notieren Sie sich die Temperaturen der Flüssigkeiten während der Messung mit den kleinsten Kugeln.
Legen Sie die Fallstrecke der Kugeln fest und notieren Sie diesen Wert. Der Abstand der ersten Messmarke von der Flüssigkeitsoberfläche ist so zu wählen, dass sich die Kugel beim Durchlaufen der ersten Messmarke, mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Lassen Sie von jedem Durchmesser 5 Kugeln die Fallstrecke möglichst in der Rohrachse durchfallen. Zur Bestimmung der Fallzeit dienen die zahlreich beigegebenen Handstoppuhren. Bei den kleinsten Durchmessern empfiehlt sich eine Simultanmessung von mehreren Kugeln durchzuführen. Damit sich die Messzeiten bei den kleinen Kugeln nicht über einen zu langen Zeitraum erstrecken, können Sie hier eine kürzere Fallstrecke verwenden. Der Innendurchmesser des Kugelfallgefäßes ist am Viskosimeter angegeben. Vergessen Sie nicht diesen Wert in Ihr Protokoll aufzunehmen.
Sie müssen bei der Durchführung des Experiments unbedingt darauf achten, dass an den Kugeln keine Luftbläschen haften. Sortieren Sie daher vor dem Einbringen der Kugeln in das Fallgefäß, zunächst einige Kugeln des jeweiligen Durchmessers in ein Becherglas und geben Sie etwas Flüssigkeit mit hinein.

Schwenken Sie das Becherglas vorsichtig um, so dass die Kugeln vollständig benetzt sind und keinerlei Luftbläschen mehr daran zu erkennen sind. Mit der Pinzette werden dann die mit der Flüssigkeit benetzten Kugeln in das Fallgefäß gegeben.

2. Bestimmung der Viskosität nach Hagen-Poiseuille mit einem Kapillarviskosimeter

Stellen Sie unter den Ausfluss der Kapillare ein Becherglas und öffnen Sie den Hahn, indem Sie ihn parallel zur Kapillare drehen. Warten Sie nach dem Öffnen so lange ab, bis sich die Strömungsverhältnisse stabilisiert haben und eine gleichmäßige Tropfenfolge zu beobachten ist. Sobald dies der Fall ist, stellen Sie einen leeren Messzylinder unter den Ausfluss, starten die Stoppuhr und notieren die Anfangshöhe h_A der Flüssigkeitssäule. Führen Sie dies am besten gemeinsam mit Ihrem Partner durch, indem einer die Höhe des Flüssigkeitspiegels abliest und der andere gleichzeitig den Messzylinder unterstellt und die Stoppuhr startet. Messen Sie für das Gemisch 1 die Ausströmzeit von ca. 20 cm^3 bis 25 cm^3 der Flüssigkeit. Nachdem diese Mengen ausgeströmt sind, schließen Sie den Hahn und messen erneut die Höhe des Flüssigkeitsspiegels h_E. Notieren Sie die Raumtemperatur.

Achtung: Da eine Wiederholung der Messung relativ lange dauert, bei einer einmaligen Messung aber die Möglichkeit eines Irrtums besteht, müssen zur Kontrolle Zwischenwerte des Volumens aufgenommen werden. Notieren Sie daher bei laufender Stoppuhr die Ausflusszeit bei 5, 10, 15, 20, 25 cm^3.

Achten Sie unbedingt nach Beendigung dieser Messung, dass der Hahn der Kapillare geschlossen ist.

VII Auswertung

Zu 1)

- Nach Gleichung (7) ergibt sich für die Sinkgeschwindigkeit v_{lam} einer Kugel unter dem Einfluss Stokes'scher Reibung bei laminarer Strömung:

$$v_{lam} = \frac{2}{9}\, g\, \frac{\rho_k - \rho_f}{\eta}\, r^2. \tag{14}$$

Trägt man den Mittelwert der Sinkgeschwindigkeit gegen das Quadrat des Radius auf, so ergibt sich im Gültigkeitsbereich des Stokes'schen Gesetz eine Gerade. Da allerdings die Dichte der Kugeln etwas vom Radius abhängt, ist es besser das Verhältnis $\bar{v}/(\rho_k - \rho_f)$ gegen r^2 aufzutragen, wobei $\bar{v}$ den Mittelwert ihrer gemessenen Sinkgeschwindigkeit bei den jeweiligen Radien bezeichnet.

- Das Stokes'sche Gesetz ist nur für eine unendlich ausgedehnte Flüssigkeit gültig. Wegen des endlichen Durchmessers des Fallrohres, wird die Sinkgeschwindigkeit verfälscht und systematisch zu klein gemessen, wobei der Fehler mit wachsendem Kugelradius zunimmt. Dies lässt sich durch die Ladenburg'sche Korrektur λ im Stokes'schen Gesetz berücksichtigen:

$$F_r = 6\pi\eta r v\lambda \tag{15}$$

mit

$$\lambda = \left(1 + 2,1\frac{r}{R}\right), \tag{16}$$

wobei R den Radius des Fallrohres beschreibt. Bei der Korrektur müssen daher die Sinkgeschwindigkeiten mit dem Faktor λ multipliziert werden. Überlegen Sie sich, ob im Rahmen der Messgenauigkeit der Sinkgeschwindigkeiten der einzelnen Kugeln, eine Korrektur sinnvoll ist und tragen Sie diese gegebenenfalls in das gleiche Diagramm mit ein.

- Legen Sie durch den linearen Bereich eine Gerade die durch den Ursprung geht und bestimmen Sie aus der Steigung die Viskosität. Berechnen Sie mit diesem Viskositätswert für jeden Kugelradius nach Gleichung (14) den zu jedem Messwert v gehörenden theoretischen Wert v_{lam}, d.h. die Werte, die auf der extrapolierten Anfangsgeraden liegen. Zusätzlich ist für jeden Kugelradius (Durchmesser d) die Reynoldszahl

$$Re = \frac{\rho_f\, v\, d}{\eta} \tag{17}$$

zu berechnen. Dabei beschreibt v die bei dem jeweiligen Kugelradius gemessene Sinkgeschwindigkeit.

Tragen Sie das Verhältnis v/v_{lam} gegen $\log Re$ auf (einfach logarithmisches Papier mit drei Dekaden) und bestimmen Sie die Stelle, an denen ein Knick in der Kurve auftritt. An dieser Stelle verliert das Stokes'sche Gesetz seine Gültigkeit und die laminare Strömung schlägt in eine turbulente Strömung um. Schätzen Sie den Zahlenwert für die kritische Reynoldszahl ab.

Zu 2)

- Berechnen Sie die Zähigkeit nach Hagen-Poiseuille. Beachten Sie, dass der Druck in der Kapillare durch die Höhe der Flüssigkeitssäule bestimmt wird. Während des Abfließens der Flüssigkeit ändert sich in der Säule die Flüssigkeitshöhe und damit die Druckdifferenz in der Kapillare. Für die Berechnung der Druckdifferenz ist daher der Mittelwert von Anfangs- und Endhöhe h_A, h_E zu benutzen.
- Berechnen Sie die Reynoldszahl der Kapillare und überzeugen Sie sich, dass laminare Strömung vorlag.
- Vergleichen Sie die gemessenen Viskositäten nach Hagen-Poiseuille mit den Werten nach Stokes (Fehlergrenzen abschätzen!). Achten Sie darauf, dass die Temperaturen u.U. verschieden sind.

VIII Anhang

Dichte der Kugeln:

∅ 2 mm bis 7,144 mm	1,375 g/cm^3 < ρ <1,380 g/cm^3
∅ 8 mm	1,355 g/cm^3 < ρ <1,360 g/cm^3
∅ 9 mm	1,360 g/cm^3 < ρ <1,365 g/cm^3

(Bitte die Werte mit den Angaben auf dem Kugelsortierkasten vergleichen.)